c) Calculer $g'(1)$.

d) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de g au point d'abscisse $x_0 = 1$.

Exercice 4 :

Soit $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$$x \mapsto \frac{2x}{x^2+1}$$

1°/ Etudier les variations de f.

2°/a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 0.

b) Etudier la position de C_f et T.

3°/ Soit g la restriction de f à l'intervalle $[0,1]$.

a) Montrer que g est une bijection de $[0,1]$ sur lui-même.

b) Expliciter g^{-1}.

c) Calculer pour tout $x \in]0,1[$, $(g^{-1})'(x)$.

Exercice 5 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par : $f(x) = \sqrt{x^2+8} - x$.

1°/ Montrer que f est dérivable sur $\mathbf{R}$ et $\forall x \in \mathbf{R}$, on a : $f'(x) = -\frac{f(x)}{\sqrt{x^2+8}}$.

2°/a) Montrer que $\forall x \in \mathbf{R}$, $f(x) > 0$.

b) En déduire que f est strictement décroissante sur $\mathbf{R}$.

3°/a) Montrer que f est une bijection de $\mathbf{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Expliciter f^{-1}.

Exercice 6 :

Soit la fonction f définie sur $]1,+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$.

1°/ Etudier les variations de f sur $]1,+\infty[$.

2°/a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α.

b) Montrer que $1{,}44 < \alpha < 2$.